

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapă locală****10 februarie 2024****Clasa a VII-a****Problema 1.**

a) Determinați mulțimea  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{\sqrt{(9-4\sqrt{5})^2 - 3|3\sqrt{5}-7| - (\sqrt{5})^3}}{3x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$ .

b) Se consideră numerele naturale  $a = 4n + 7$ ,  $b = 3n + 5$ ,  $c = n + 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Stabiliți dacă numărul  $\sqrt{[a, b] + [a, c]}$  este rațional sau irațional, notația  $[x, y]$  reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor  $x$  și  $y$ .

**Problema 2.**

a) Câte triplete  $(x, y, z)$  cu  $x, y, z \neq 0$  și  $\sqrt{x, yz(x) + y, zx(y) + z, xy(z)} \in \mathbb{Q}$  există?

b) Să se afle numărul natural  $\overline{abc}$  astfel încât  $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + \overline{abc}} = \overline{cba}$ .

**Problema 3.**

Fie ABC un triunghi echilateral și D simetricul lui B față de C. Notăm cu M mijlocul lui  $[AC]$  și cu N mijlocul lui  $[DM]$ . Arătați că  $AD = 4CN$ .

**(G.M.)****Problema 4.**

În triunghiul ABC,  $\widehat{ACB} = 2 \cdot \widehat{ABC}$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Punctele E și B sunt situate de o parte și de alta a dreptei AC, astfel încât  $\widehat{CEA} = 90^\circ$  și  $\widehat{EAC} = \widehat{ABC}$ .

Bisectoarea  $\widehat{AED}$  intersectează dreapta AB în F. Dacă  $AE \cap BC = \{G\}$ , arătați că:

- a) FBDE este paralelogram;
- b) Perimetrul triunghiului ABC este egal cu perimetrul paralelogramului FBDE.

**Notă :** Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

**Timp de lucru 3 ore.**